

近场源距离、频率及到达角联合估计算法

陈建峰¹,张贤达²,吴云韬¹

(1. 西安电子科技大学雷达信号处理实验室,陕西西安 710071;2. 清华大学自动化系,北京 100084)

摘 要: 本文提出了一种近场源距离、频率及到达角(DOA)三维参数联合估计算法.该算法不需谱峰搜索且各参数自动配对.由于算法使用了四阶累积量,所以适用于任意加性高斯噪声环境.

关键词: 阵列信号处理; DOA估计; 距离估计; 频率估计; 四阶累积量

中图分类号: TN957.52 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2004)05-0803-04

An Algorithm for Jointly Estimating Range, DOA and Frequency of Near Field Source

CHEN Jian-feng¹,ZHANG Xian-da²,WU Yun-tao¹

(1. Key Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China;

2. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A computationally efficient algorithm for jointly estimating range DOA and frequency of near field narrowband source is presented. Without spectral peak searching and pairing among parameters, it can be employed to arbitrary Gaussian noise environment since fourth-order cummulants are employed. Finally, its performances are confirmed by computer simulations.

Key words: array signal processing; DOA estimate; range estimate; frequency estimate; fourthorder cumulant

1 引言

空间信源的 DOA 估计问题一直是阵列信号处理中的重要研究内容之一.在远场信源的情况下,信号波前通常假定为平面波,每个信源位置可由单个 DOA 给出^[1].然而当空间信源接近阵列时(即近场),该假设不再成立.此时空间信源必须用球面波前来描述,每个信源位置要用距离及 DOA 联合确定^[2-5].在许多场合如声纳、电子侦察、地震探测等领域,近场源定位具有广泛的应用.

近年来,人们提出了许多近场源 DOA 及距离的估计方法^[2-12].文[2]首先提出了最大似然估计方法,该方法具有最优的估计性能,但它需要多维搜索且是高度非线性的. Huang^[4]等及 Russell^[5]把常规的一维 MUSIC 推广到二维 MUSIC 得到距离与 DOA 的估计.然而二维 MUSIC 需要二维穷尽搜索,计算量是非常可观的.为降低算法的计算量 Storer 与 Nehorai^[6]提出了路径跟踪(path-following)算法.该算法沿着某些已计算出的路径求二维 MUSIC 谱,计算量比二维 MUSIC 有所降低.但在路径计算时,计算负担依然很大.另外,最近,文[12]提出了一种加权线性预测的方法估计近场源的距离与 DOA.然而在空间存在多个信源的情况下,该算法需要解决参数的配对问题.

上述所有方法都假定载波已知,若载波未知,近场源的参数估计问题就变成了三维参数估计,因为我们需要计算距离、DOA 及相应的载波频率.而且这些参数还必须正确配对.本文提出了一种计算上较有效的联合距离、DOA 及频率估计方法.该方法可以给出参数估计的闭式解并且最终的估计结果自动配对.

2 信号模型

假定有 K 个近场窄带信号源入射到间距为 d 的均匀线阵(如图 1)上.在解调到中频并抽样后,第 i 个信号可表示为 $e^{j\omega_i t} s_i(t)$,故第 m 个阵元上的接收信号可表示为:

$$x_m(t) = \sum_{i=1}^K s_i(t) e^{j\omega_i t} e^{j\phi_{mi}} + z_m(t), \quad -N_x + 1 \leq m \leq N_x \quad (1)$$

式中 $z_m(t)$ 是加性高斯噪声, ϕ_{mi} 是 i 个信源在阵元 m 与 0 之间的相位差,可以表示为^[2-7]

$$\phi_{mi} = \frac{2\pi}{\lambda} r_i \left[\sqrt{1 + \frac{m^2 d^2}{r_i^2} - \frac{2md \sin \theta_i}{r_i}} - 1 \right] \approx m + \phi_i m^2 \quad (2)$$

$$\phi_i = -2 \frac{d}{\lambda} \sin(\theta_i), \quad \phi_i = \frac{d^2}{\lambda r_i} \cos^2(\theta_i) \quad (3)$$

式(2)由菲涅尔(Fresnel)近似得到.上式中 θ_i, r_i 是第 i 个信源的入射角与距离, λ 是其波长, d 与 λ 满足 $d \ll \frac{\lambda}{4}$. 我们假

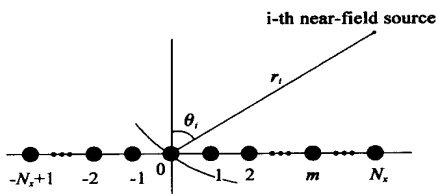


图1 近场源均匀线阵示意图

定 K 个信源 $[e^{j 1^t s_1(t)}, e^{j 2^t s_2(t)}, \dots, e^{j k^t s_k(t)}]$ 为非高斯分布. 写成矩阵, 式(1)可表示为:

$$x(t) = Bs(t) + z(t) \tag{4}$$

式中

$$x(t) = [x_{-N_x+1}(t), \dots, x_0(t), \dots, x_{N_x}(t)]^T$$

$$s(t) = [s_1(t)e^{j\omega_1 t}, \dots, s_k(t)e^{j\omega_k t}]^T$$

$$z(t) = [z_{-N_x+1}(t), \dots, z_{N_x}(t)]^T$$

$$B(\cdot, r) = [b_1(\cdot, r_1), \dots, b_k(\cdot, r_k)]$$

$$b_k(\cdot, r_k) = [e^{j(-N_x+1)\phi_k}, e^{j(-N_x+1)^2\phi_k}, \dots, e^{j(-i+\phi_k)}, 1, e^{j(i+\phi_k)}, \dots, e^{j(N_x+i+\phi_k)^2\phi_k}]^T$$

3 三维参数联合估计算法

为清楚地说明方法的原理又不失一般性, 我们作如下假设: (1) 信源 $s_1(t), \dots, s_k(t)$ 是零均值、非高斯、统计独立的窄带平稳过程, 且具有非零峰度; (2) 阵元噪声 $z_i(t)$ 为零均值、白或色的高斯过程, 并与信源统计独立; (3) 信源的距离参数互不相同, 即 $\phi_i \neq \phi_j, i \neq j$; (4) 阵元间距 $d = \lambda/4$; 而且 $N_x > K$.

首先定义如下的四阶累积量矩阵, 其元素为

$$C_1(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_m^*(t), x_{m+1}(t), x_{n+1}^*(t), x_n(t)\} \tag{5}$$

经过推导, 可以证明式(5)可写成^[11]

$$C_1(m, n) = \sum_{k=1}^K c_{4s_k} e^{j2\phi_k(m-n)} \tag{6}$$

对于 $0 \leq m, n \leq N_x - 1$, 把上式改写成矩阵形式

$$C_1 = AC_{4s}A^H \tag{7}$$

式中 C_{4s} 为对角矩阵, 其对角元素 $c_{4s_k} = \text{cum}\{|s_k(t)|^4\}$ 表示信源峰度. 矩阵 $A_{N_x \times K}$ 的第 k 列可表示为

$$a_k = [1e^{j2\phi_k} \dots e^{j2(N_x-1)\phi_k}]^T \tag{8}$$

文献[11]还得到了其他累积量矩阵 C_3, C_4 和 C_5 , 如表1所示. 这些矩阵组成了近场源信号的距离和到达角的二维联合估计算法的基础.

为了估计载波频率, 得到近场源信号距离、到达角和载波频率的三维联合估计算法, 利用时间滞后及不同的阵元滞后, 定义新的累积量矩阵 C_2 , 其元素 $C_2(m, n)$ 为

$$C_2(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_{m+1}^*(t+1), x_{m+1}(t), x_{n+1}^*(t), x_n(t)\} \tag{9}$$

对于窄带信号, 有 $s_k(t) \approx s_k(t+1)$ ^[14], 又因为信源相互统计独立, 故有

$$C_2(m, n) = \sum_{k=1}^K \{s_i^*(t+1)e^{-j\omega_i(t+1)}e^{-j(\phi_i m + \phi_i^2 m^2)} \cdot s_k(t)e^{j\omega_k t}e^{j\phi_k(m+1) + \phi_k(m+1)^2} \cdot s_i^*(t)e^{-j\omega_i t}e^{-j\phi_i(n+1) + \phi_i(n+1)^2} \cdot s_k(t)e^{j\omega_k t}e^{j(\phi_k n + \phi_k n^2)}\}$$

$$= \sum_{k=1}^K c_{4s_k} e^{-j\omega_k t} e^{j(\phi_k(m-n) + \phi_k(m+1)^2 - \phi_k(n+1)^2 - \phi_k n^2)} \tag{10}$$

写成矩阵形式, 式(11)变为

$$C_2 = AC_{4s}A^H \tag{12}$$

同理, 我们还可以定义 C_3, \dots, C_7 , 如表(1)所示. 表中, \dots , 分别为

$$\begin{aligned} &= \text{diag}\{e^{j2\phi_1}, e^{j2\phi_2}, \dots, e^{j2\phi_K}\} \\ &= \text{diag}\{e^{j2\phi_1}, e^{j2\phi_2}, \dots, e^{j2\phi_K}\} \Rightarrow [e^{-j2\phi_1} \dots e^{-j2\phi_K}] \\ &= \text{diag}\{e^{j2\omega_1}, e^{j2\omega_2}, \dots, e^{j2\omega_K}\} \end{aligned} \tag{13}$$

由表1的累积量矩阵, 我们可以构造如下的 $4N_x \times 4N_x$ 矩阵

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_5 & C_4 \\ C_2^H & C_1 & C_6 & C_7 \\ C_5^H & C_6^H & C_1 & C_3^H \\ C_4^H & C_7^H & C_3 & C_1 \end{bmatrix} = \bar{A}C_{4s}\bar{A}^H \tag{13}$$

式中

$$\bar{A} = [A^H, (A^H)^H, (A^H)^H, (A^H)^H]^H \tag{14}$$

类似于 ESPRIT 算法^[13], 对矩阵 C 作特征分解

$$C = E\Lambda E^H \tag{15}$$

式中, $e = [e_1, \dots, e_{4N_x}]$ 为由特征矢量组成的酉矩阵; $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{4N_x}\}$ 为由特征值组成的对角矩阵, 而且 $\lambda_1 > \dots > \lambda_K > \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_{4N_x} = 0$. 因此, 我们可以由非零特征值的个数估计信源个数 K . 若累积量矩阵由有限个快照估计, 则 $4N_x - K$ 个最小特征值非零. 可以用信息论的方法如最小描述长度 (MDL)^[15]来估计信源个数.

由式(13)、(15)可知, 矩阵 C 的 K 个大特征值对应的特征矢量 $E_s = [e_1 e_2 \dots e_K]$ 构成信号子空间. 由于 $\text{span}\{E_s\} =$

表1 构造各累积量矩阵

累积量矩阵定义	累积量矩阵
$C_1(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_m^*(t), x_{m+1}(t), x_{n+1}^*(t), x_n(t)\}$	$C_1 = AC_{4s}A^H$ ^[11]
$C_2(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_m^*(t+1), x_{m+1}(t), x_{n+1}^*(t), x_n(t)\}$	$C_2 = AC_{4s}A^H$
$C_3(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_m^*(t), x_{m+1}(t), x_{n+1}^*(t), x_{n-1}(t)\}$	$C_3 = A C_{4s} A^H$ ^[11]
$C_4(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_{m-1}^*(t), x_m(t), x_{n+1}^*(t), x_n(t)\}$	$C_4 = AC_{4s}A^H$ ^[11]
$C_5(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_{m-1}^*(t), x_m(t), x_{n+1}^*(t), x_{n-1}(t)\}$	$C_5 = AC_{4s}A^H$ ^[11]
$C_6(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_{m-1}^*(t), x_m(t+1), x_{n+1}^*(t), x_{n-1}(t)\}$	$C_6 = A C_{4s} A^H$
$C_7(m, n) \triangleq \text{cum}\{x_{m-1}^*(t), x_m(t+1), x_{n+1}^*(t), x_n(t)\}$	$C_7 = A C_{4s} A^H$

$\text{span}\{\bar{A}\}$, 因此一定存在一个非奇异的矩阵 $T_{K \times K}$, 使得

$$E_s T = \bar{A} \quad (16)$$

把 E_s 分成四个 $N_x \times K$ 的矩阵 E_0, E_x, E_y, E_z , 即

$$E_s = [e_1 e_2 \dots e_K] = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (17)$$

由式(16)得

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} T = \begin{bmatrix} A \\ A \\ A \\ A \end{bmatrix} \quad (18)$$

因此

$$E_x T = E_0 T, E_y T = E_0 T, E_z T = E_0 T \quad (19)$$

令

$$= T^{-1}, = T^{-1}, = T^{-1} \quad (20)$$

则

$$E_x = E_0, E_y = E_0, E_z = E_0 \quad (21)$$

式(20)表明, , 的特征值分别为对角矩阵, , 的对角元素. 由式(21)得

$$= E_0^\dagger E_x, = E_0^\dagger E_y, = E_0^\dagger E_z \quad (22)$$

式中 \dagger 表示伪逆. 设, , 的特征值估计分别为 $\hat{\lambda}_i, \hat{\lambda}_i, \hat{\lambda}_i$, 则角度、距离和频率三个参数的估计分别为

$$\hat{\alpha}_i = \text{angle}(\hat{\lambda}_i) \quad (23)$$

$$\hat{\alpha}_i = \sin^{-1} \left(\frac{1}{4d} \text{angle}(\hat{\lambda}_i) \right) \quad (24)$$

$$\hat{\gamma}_i = 2 \frac{d^2}{\text{angle}(\hat{\lambda}_i)} \cos^2(\hat{\alpha}_i) \quad (25)$$

由上面的推导, 我们知道每个信源的参数自动配对, 因为它们有相同的特征矢量空间.

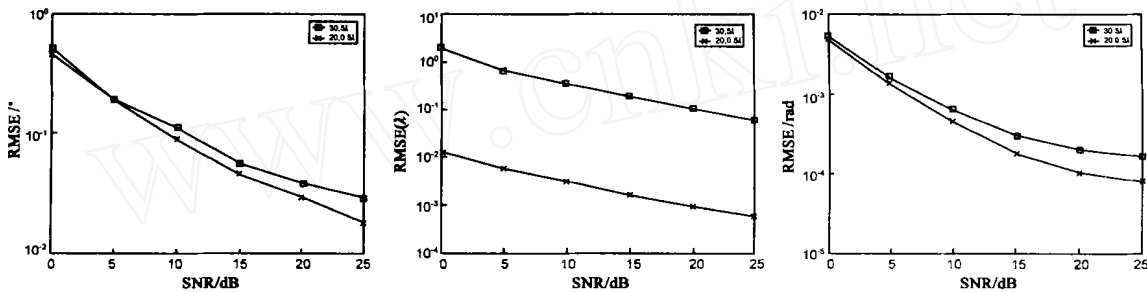


图2 SNR变化时各个参数的RMSE

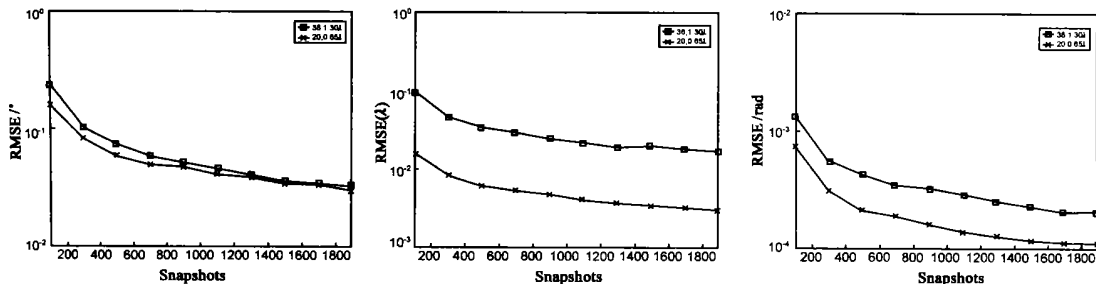


图3 快拍数变化时各个参数的RMSE

4 计算机仿真结果

令均匀线性阵列由 14 个阵元组成, 阵元间距为 $d = \min(\lambda/4)$. 并假定中心频率分别为 $f_1 = 2\text{MHz}, f_2 = 4\text{MHz}$, 带宽为 25kHz 的调幅信号入射到该阵列上. 实验中, 使用根均方误差 (RMSE) 作为性能评价准则:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} (\hat{\lambda}_i - \lambda_{true})^2}$$

实验 1 两个等功率统计独立的空间信号分别从位置 $\alpha_1 = 30^\circ, r_1 = 5 \lambda_1$ 及 $\alpha_2 = 20^\circ, r_2 = 0.5 \lambda_2$ 入射到该阵列上. 信噪比 SNR 从 0dB 到 25dB 变化, 数据长度为 800 个快拍. 共作 200 次独立实验. 两个信源到达角、频率及距离的估计结果 (均值曲

线) 如图 2 所示. 从图中可以看到在 SNR 较低时, 该算法就可以精确的估计两个信源的到达角、频率及距离三维参数.

实验 2 两个等功率统计独立的空间信号分别从位置 $\alpha_1 = 38^\circ, r_1 = 1.3 \lambda_1$ 及 $\alpha_2 = 20^\circ, r_2 = 0.65 \lambda_2$ 入射到该阵列. 信噪比固定为 15dB, 数据长度从 100 个快拍到 1900 个快拍后变化. 200 次独立实验的平均估计结果如图 3 所示. 由于累积量矩阵 C 提供的信息较多, 所以在快拍数较少时, 该算法就可以较精确的估计出两个信源的位置及频率参数. 从图中还可以看到, 离阵列近的信源的距离估计明显要好于位置较远的那个信源的距离估计, 而两个信源角度的估计则比较一致, 这与文 [11] 的理论分析也是一致的.

5 结论

利用四阶累积量,本文提出了一种多个近场窄带信号源 DOA、距离和频率的三维联合估计算法。到达角、距离及频率参数分别由所构造矩阵的特征值估计,并且估计参数自动配对。计算机仿真结果证实了本文提出方法的有效性。

参考文献:

- [1] H Krim ,M Viberg. Two decades of array processing research :The parametric approach[J]. IEEE Signal Processing Magazine ,1996 ,13 (4) : 67 - 94.
- [2] A L Swindlehurst ,T Kailath. Passive direction of arrival and range estimation for near-field sources [A]. in 4th Annual ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling [C]. Minneapolis , MN , USA : AASSPWSEM ,1988. 123 - 128.
- [3] J H Kim ,et al. Passive ranging sonar based on multi-beam towed array [J]. Proc IEEE Oceans ,2000 ,3 (9) :1495 - 1499.
- [4] Y D Huang ,M Barkat. Near-field multiple sources localization by passive sensor array[J]. IEEE Trans Antennas Propagation ,1991 ,39 (7) : 968 - 975.
- [5] J Russell ,L B Kristine ,H L Van Trees. Broadband passive range estimation using MUSIC[J]. in ICASSP '02 ,3 :2920 - 29022.
- [6] D Starer ,A Nehoraj. Path-following algorithm for passive localization of near-field sources[A]. in 5th Annual ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling [C]. Rochester ,NY ,USA :AASSPWSEM ,1990. 322 - 326.
- [7] J H Lee ,C M Lee ,K K Lee. A modified path-following algorithm using a known algebraic path[J]. IEEE Trans Signal Processing ,1999 ,47 (5) :1407 - 2409.
- [8] C M Lee ,K S Yoon ,K K Lee. Efficient algorithm for localizing 3-D narrowband multiple sources [J]. IEE Proc Radar ,Sonar Navigation , 2001 ,148 (2) :23 - 26.
- [9] A J Weiss ,B Friedlander. Range and bearing estimation using polynomial rooting [J]. IEEE J Oceanic Engineering ,1993 ,18 (4) :130 - 137.
- [10] R N Challa ,S Shamsunder. Higher-order subspace based algorithm for passive localization of near-field sources [A]. in Proc. 29th Asilomar Conf. Signals System Computer [C]. Pacific Grove. CA :ACSSC ,1995. 777 - 781.
- [11] Norman Yuen ,Benjamin Friedlander. Performance analysis of higher-order ESPRIT for localization of near-field sources [J]. IEEE Trans Signal Processing ,1998 ,46 (3) :709 - 719.
- [12] E Grosicki ,K Abed-Meraim. A weighted linear prediction method for near-field source localization [J]. ICASSP '02 ,2002 ,3. 2957 - 2960.
- [13] R Roy ,T Kailath. ESPRIT: Estimation of signal parameters via rotational invariance techniques [J]. IEEE Trans ASSP ,1989 ,37 (7) :984 - 995.
- [14] A N Lemma ,A -J van der Veen ,Ed F Deprettere. Analysis of ESPRIT based joint angle-frequency estimation [J]. ICASSP '00 ,2000 ,5. 3053 - 3056.
- [15] M Wax ,I Ziskind. Detection of the number of coherent signals by MDL principle [J]. IEEE Trans ,ASSP ,1989 ,37 (8) :1190 - 1196.

作者简介:

陈建峰 男,1973 年生于安徽灵璧,1999 年 9 月进入西安电子科技大学攻读博士学位,主要从事阵列信号处理及其在通信中的应用研究。

张贤达 男,1946 年生于江西,1970 年毕业于西安军事电信工程学院(现为西安电子科技大学),1987 年于日本东北大学获工学博士学位,后在 University of California at San Diego 博士后一年,从 1992 年,任清华大学自动化系教授和博士生导师并于 1999 年 4 月到 2002 年 3 月任西安电子科技大学特聘教授和博士生导师,研究方向为信号处理及其在雷达和通信中的应用,曾获国家自然科学奖 1 项、部级科技进步奖 2 项及发明专利 4 项,已发表论文 80 余篇(其中 IEEE 汇刊上 25 篇),出版学术专著 6 部。

吴云韬 男,1974 年生于湖北,1999 年 9 月进入西安电子科技大学攻读博士学位,主要从事阵列信号处理方面的研究。